В.А. Бекмурзаев,
начальник отдела Управления профориентации

И.С. Третяк,
заместитель начальника Управления профориентации,
ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»

Функции и их графики

При исследовании явлений природы и в иерархической деятельности человек имеет дело с самыми различными величинами: температурой, скоростью, длиной, массой тела, объёмом, весом и другими. Одни из них постоянны, другие меняются.

Определение 1. Величина, принимающая различные числовые значения в рассматриваемом процессе или задаче, называется переменной, а принимающая только одно значение, называется постоянной.

Постоянную величину можно рассматривать как частный случай переменной, принимающей одни и те же значения.

Переменная *x* считается заданной, если известно множество значений, которая она может принимать. Это множество называют областью изменения переменной. Любое числовое множество может служить областью изменения переменной, например: множество натуральных чисел, множество рациональных чисел, множество целых чисел и так далее.

Определение 2. Если каждому значению одной переменной величины *x*, взятому из области её изменения по некоторому правилу или закону ставится в соответствие одно определённое значение другой переменной величины *y*, то *y* называется зависимой переменной или функцией от независимой переменной (аргумента) *x*, смотри рисунок 1.

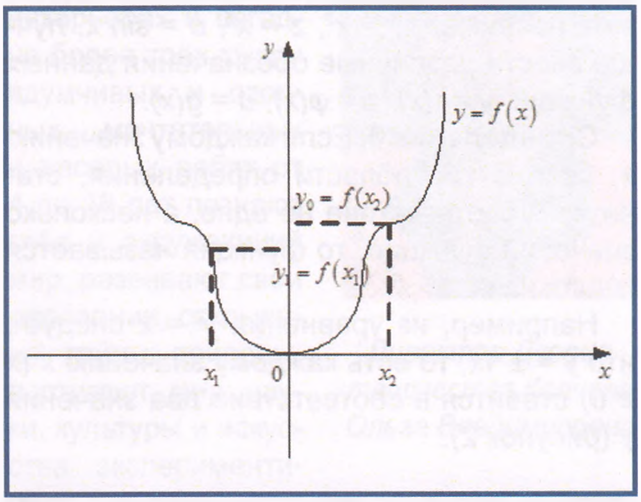

Рисунок 1

Область изменения аргумента *x* называется областью определения функции (ООФ), *D(f)*, а множество значений *y* называется областью изменения функции (ОЗФ), *E(f)*.

Из определения следует, что функция считается заданной, если:

1) известно множество значений независимой переменной *x*, то есть область определения функции *D(f)*;

2) указано правило или закон, по которому каждому значению *x* ставится в соответствие одно определённое значение *y*.

Обычно областью определения функции является сегмент *[a; b]*: $a \le x \le b$, открытый промежуток, или интервал *(a; b)*: $a < x < b$, или полуинтервал *[a; b), (a; b]*: $a \le x < b$, $a < x \le b$. Ещё можно добавить: (a; +∞), (-∞; a), [a; +∞), (-∞; a], (-∞; +∞).

Область определения функции может состоять из одного или нескольких промежутков и из отдельных точек числовой прямой.

Чтобы показать, что *y* есть функция от переменной *x*, пользуются обозначениями: y = f(x), y = φ(x), y = A(x), y = g(x) и так далее.

Функцию можно обозначить любой буквой.

Если рассматривается одновременно несколько функций от одной и той же переменной с различными законами соответствия, например, $y = x^2$, $z = x^3$, $u = \sin x$, лучше ввести различные обозначения данных функций, *y = f(x), z = φ(x), u = g(x)*.

Определение 3. Если каждому значению *x*, взятому из области определения, ставится в соответствие не одно, а несколько значений функции, то функция называется многозначной.

Например, из уравнения $y^2 = x$ следует, что $y = \pm\sqrt{x}$, то есть каждому значению *x* ($x \ge 0$) ставится в соответствие два значения *y* (рисунок 2).

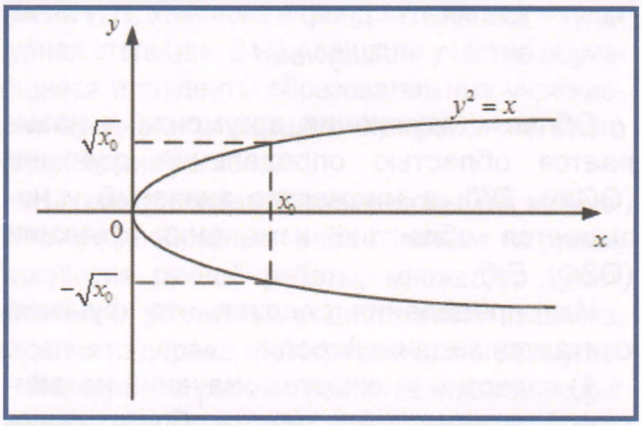

Рисунок 2

Примерами многозначных функций могут служить обратные тригонометрические функции.

Запись *y = f(x)*, $x \in [a; b]$ понимается так, что функция *f(x)* определена в указанном промежутке. На рисунке 3 показана область определения функции *y = f(x)* – промежуток *[a; b]* и область изменения – промежуток *[c; d]*. То есть $a \le x \le b$ и $c \le x \le d$.

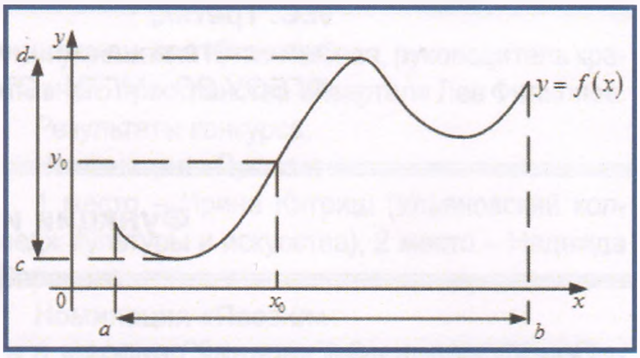

Рисунок 3

Может оказаться, что область изменения функции состоит из одного какого-нибудь числа *c* , или, иначе говоря, каждому значению *x*, взятому из области определения функции соответствует единственное число *c*. В этом случае функция постоянна и записывается так: *f(x) = c* (рисунок 4), или *f(x) = const*.

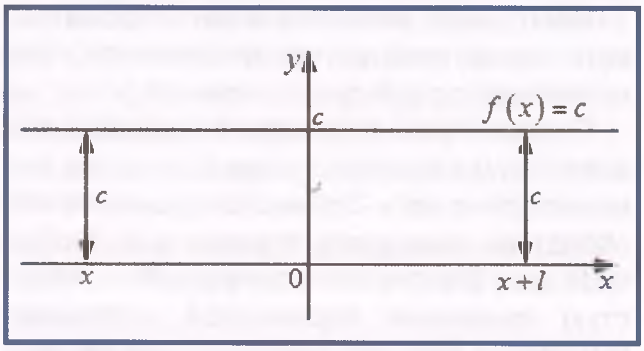

Рисунок 4

Частное значение функции *f(x)* в точке x_0 обозначается $f(x_0)$. Например, если $f(x) = x^3 - 5x + 3$, то $f(2) = 2^3 - 5 * 2 + 3 = 1$, $f(0) = 3$.

Если $\varphi(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$, то φ(0) = 1, φ(3) = 0,1, $\varphi(a) = \dfrac{1}{1+a^2}$

Продолжение читайте в следующем номере