В. А. Бекмурзаев,
кандидат технических наук, начальник отдела Управления профориентации, приема и трудоустройства ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»

И. С. Третяк,
заместитель начальника Управления профориентации, приема и трудоустройства ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»

Как чертеж помогает при решении задач*

Продолжаем публикацию решения задач при помощи чертежей. В статье рассмотрены доказательства и решения различных задач с геометрическими фигурами.

Ключевые слова: *рисунок, чертеж, квадрат, теорема Пифагора, окружность.*

Древнегреческие математики в своих логических рассуждениях часто использовали язык геометрических фигур. Особенно ярко это отражено в эвклидовых «Началах» (III век до нашей эры). Вторая книга этого труда посвящена алгебраическим тождествам, изложенным на языке геометрии.

Задача 1. Привести геометрическое доказательство тождества $(a+b)^2=a^2+2\,ab+b^2$.

Решение. Построим квадраты со сторонами a, b и $b+a$ так, чтобы они имели общую вершину (рисунок 1). В результате получим, что внутри квадрата со стороной $a+b$ находятся два квадрата со сторонами a и b и два прямоугольника со сторонами a и b.

Из рисунка видно, что $(a+b)^2=a^2+2\,ab+b^2$.

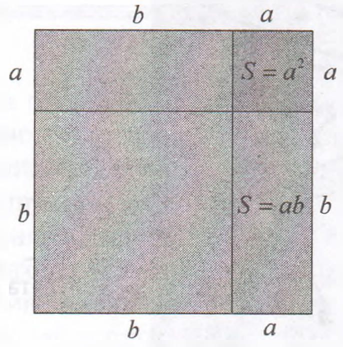


Рисунок 1

* (Продолжение. Начало см. в № 1 2017 г., стр.60 журнала «Техническое творчество молодёжи»)

Задача 2. Докажите, что $\angle A+\angle B+\angle C=90^\circ$ (рисунок 2).

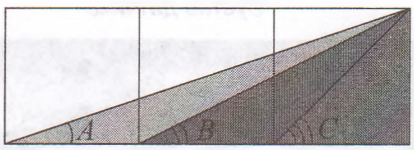


Рисунок 2

Решение. Построим на данной фигуре прямоугольник, состоящий из двух квадратов, как на рисунке 3.

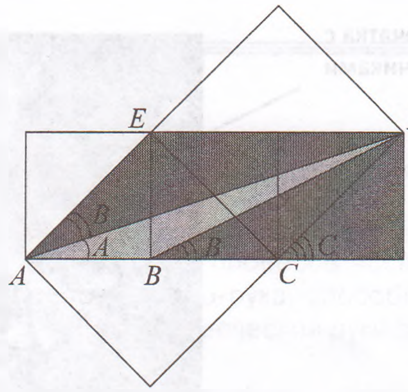


Рисунок 3

Рассмотрим ΔAED и ΔBCD. В них $\angle AED=\angle BCD=135^\circ$; $ED=CD\cdot\sqrt{2}$ и $AE=BC\cdot\sqrt{2}$. Значит они подобны и, следовательно, $\angle EAD=\angle DBC=\angle B$. Итак, $\angle A+\angle B=45^\circ$, а $\angle C=45^\circ$. Окончательно $\angle A+\angle B+\angle C=90^\circ$, что и требовалось доказать.

В своем труде «Венец учения» индийский математик Бхаскара Ачарья (1114–1178) привел чертеж (рисунок 4), под которым поставил подпись из одного единственного слова: «Смотри!».

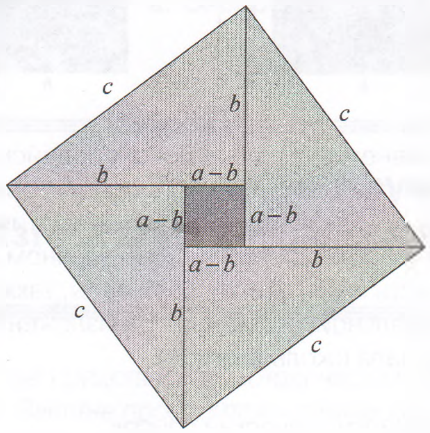


Рисунок 4

Задача 3. Глядя на этот чертеж, выразите площадь квадрата c^2 через стороны прямоугольных треугольников со сторонами a и b $(a>b)$.

Решение. Имеем $c^2=4\cdot (ab)/2+ (a-b)^2$ или $c^2=a^2+b^2$.

Результат выражает утверждение теоремы Пифагора.

Задача 4. Дайте геометрическое доказательство тождеству $2a^2+2b^2=(a+b)^2+(a-b)^2$.

Решение. Построим квадрат со стороной $a+b$, а в двух противоположных углах построим квадраты со стороной a (рисунок 5).

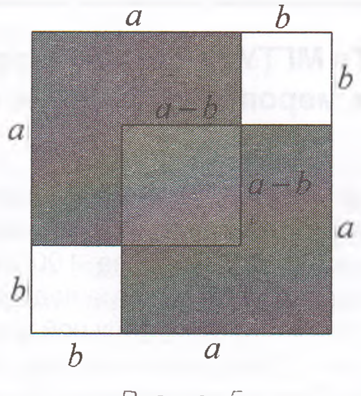


Рисунок 5

Два закрашенных квадрата площади $2a^2$ вместе с двумя белыми квадратами $2b^2$ составляют большой квадрат. К площади следует добавить, из-за наложения закрашенных квадратов, площадь маленького темного квадрата. Итак, $2a^2+2b^2=(a+b)^2+(a-b)^2$.

Задача 5. Найдите отношение между элементами прямоугольной трапеции $ABCD$, основания которой равны a и b, углы A и B — прямые, а высота равна $a+b$ (рисунок 6).

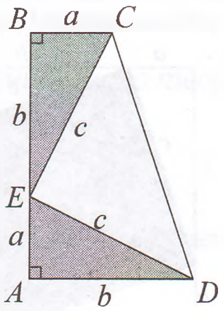


Рисунок 6

Решение. Пусть точка E делит высоту трапеции на части длиной a и b. Соединим точку E с вершинами C и D. Имеем $EC=ED=c$.

Площадь трапеции равна $S_{ABCD}= (a+b)/2 * (a+b)=(a^2+2ab+b^2)/2$.

ΔCED — прямоугольный, $\angle CED=90°$. $S_{\Delta CED}= (EC\cdot ED)/2 = c^2/2$. $S_{ABCD}=ab/2 + ab/2 + c^2/2$.

Приравнивая два выражения для площадей, получим $(a^2+2ab+b^2)/2=ab+c^2/2$ или $(a^2+b^2)/2 + ab = ab + c^2/2$, отсюда $a^2+b^2=c^2$.

Тем самым получили очередное доказательство теоремы Пифагора.

В древнеиндийских математических текстах часто встречаются чертежи, под которыми написано только «Смотри!».

На рисунке 7 представлено еще одно доказательство теоремы Пифагоры.

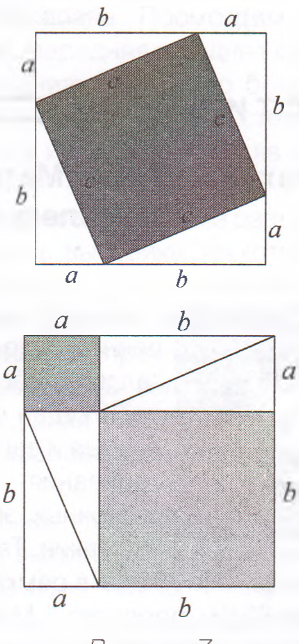


Рисунок 7

Один и тот же квадрат разрезается на части двумя способами. Треугольники слева и справа равны и тогда левый квадрат слева равновелик двум квадратам справа.

В древнем китайском трактате «Математика в девяти книгах» (II век до нашей эры) приводится такой чертеж, доказывающий теоремы Пифагора.

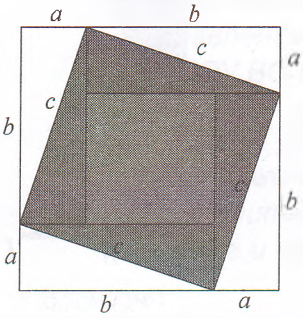
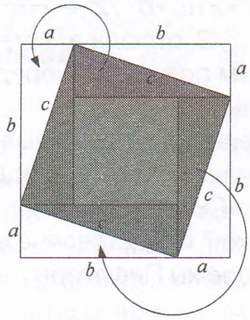
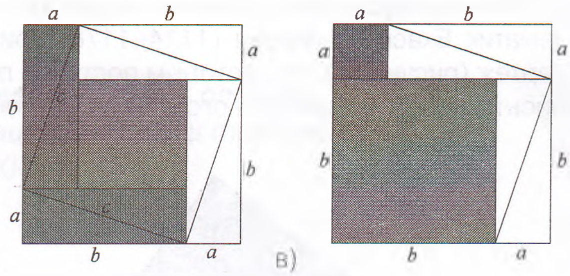


Рисунок 8

Доказательство теоремы приводится на рисунке 9. Сначала два прямоугольных треугольника перемещаются в соответствии со стрелками (рисунок 9 а). Получаем чертеж (рисунок 9 б). Затем выделяем на нем два квадрата со сторонами a и b и получаем рисунок 9 в. Итак, $c^2=a^2+b^2$.



а)



б) в)

Рисунок 9

Древнегреческие и древнеиндийские математики показали важность использования чертежей при доказательствах математических теорем и соотношений. В современном мире эта важность не утратила своей силы, также остается актуальной, особенно при изложении нового материала школьникам.

Библиографический список

1. *Мышенков К. С., Посевин А. К.* Методика оптимизации сайтов для поисковых систем//Вестник МГТУ «СТАНКИН». 2015. № 4 (35). С. 123-127.

2. *Буренок Я. С., Уварова Л. А.* Моделирование распространения поперечных волн в малых частицах цилиндрической геометрии с нелинейными свойствами//Вестник МГТУ «СТАНКИН». 2016. № 3 (38). С. 82 - 86.

2. *Трубаев А. С., Рябов С. А., Иванова Н. А.* Анализ систем моделирования применительно к плоскому и трехмерному созданию чертежей//Вестник МГТУ «СТАНКИН». 2016. № 1 (36). С. 68 - 70.

НОВОСТИ

В рамках выставки «Металлообработка-2017» МГТУ «СТАНКИН» проведет комплекс научно-технических мероприятий

15 мая 2017 года в Экспоцентре на Красной Пресне состоится торжественное открытие 18-й международной специализированной выставки «Металлообработка-2017», участие в которой примут более 1000 экспонентов из 35 стран мира. В выставке традиционно примут участие ведущие отечественные и зарубежные производители станкоинструментальной техники и оборудования, а также будут представлены 10 национальных масштабных выставочных экспозиций из Белоруссии, Германии, Испании, Италии, Китая, Словакии, Тайваня, Швейцарии, Франции и Чехии).

17 и 18 мая 2017 года в рамках деловой программы выставки «Металлообработка — 2017» МГТУ «СТАНКИН» проведет II Международную школу молодых ученых и специалистов в области робототехники, производственных технологий и автоматизации. В работе международной школы примет участие широкий круг молодых ученых и специалистов из самых различных регионов России, а проведут школу специально приглашенные авторитетные европейские ученые. Талантливым молодым ученым в рамках выставки будет предоставлена дискуссионная площадка и возможность презентации собственных исследований и разработок.

Подробная информация на www.stankin.ru